

MODELAGEM DE UM MODELO DIDÁTICO PARA UM SERVOMOTOR.

Luan da Silva Bezerra (ICV/UFPI);

Prof. Dr. José Medeiros de Araújo Júnior (Orientador, Departamento de Engenharia Elétrica – UFPI);
luan.gd@hotmail.com

Introdução

Os servomotores são máquinas eletromecânicas, cujos eixos apresentam movimentos rotacionais proporcionais a um sinal de entrada, como por exemplo, sinais do tipo PWM. Esses servos são utilizados em aplicações que exigem um movimento rotativo preciso, sendo bastante utilizados em impressoras, sistemas de controle como o *Ball and Beam*, máquinas-ferramenta, pêndulos e braços robóticos. O interesse neste sistema é motivado por sua precisão, fácil manutenção e baixo custo. Para as mais diversas aplicações com servos, idealmente deve-se utilizar algoritmos de controle, de modo a se otimizar mais ainda a precisão do deslocamento angular gerado pelo seu eixo. Neste caso, é necessário que seja realizado o levantamento do modelo matemático que represente a dinâmica do servomotor, onde esse modelo vai relacionar o sinal de saída (deslocamento angular) em relação a sua entrada (sinal PWM).

A modelagem matemática desses tipos de motores é um fator de real importância na busca de um melhor desempenho. Aplicando leis físicas inerentes a sua natureza, como as leis de Newton e as leis de Kirchhoff, chegamos nas equações que relacionam matematicamente as variáveis do modelo e tornam possível o projeto de controladores.

Dessa forma, o presente trabalho consiste em obter o modelo matemático de um servomotor, e em seguida, aplicar o mesmo em um sistema de controle. Além dessas equações, tem-se também uma implementação computacional de um controlador, e com isso, desenvolvimento de uma ferramenta didática para o estudo e aprimoramento das técnicas de modelagens e de controle.

Metodologia

Modelagem de um Servomotor.

O subsistema elétrico do servomotor (figura 1), tem como variáveis: R_m , que é a resistência da armadura, L_m , que corresponde a indutância do motor DC, I_m , corrente do circuito, “ e ”, a tensão que irá induzir o torque no rotor, e “ v ”, a tensão aplicada a malha. A figura 2 ilustra as relações de torque da caixa de engrenagens do servomotor.

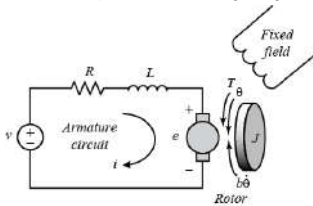


Figura 1: Subsistema elétrico do servomotor.
Fonte: Control Tutorials for Matlab e Simulink.

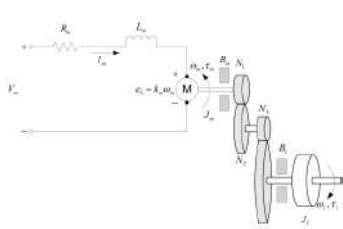


Figura 2: Relações de torque da caixa de engrenagens do servomotor.
Fonte: Quanser

Com técnicas de modelagem e aplicando a transformada de Laplace, que converte a equação do domínio do tempo para o domínio da frequência, foi obtido a função de transferência do comportamento do servo motor.

$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{\eta g \cdot K_g \cdot \eta m \cdot K_m}{R_m \cdot Jeq \cdot s^2 + (R_m \cdot B_m + \eta g \cdot K_g \cdot \eta m \cdot K_m \cdot Kce) \cdot s} \quad (1)$$

Utilizando os valores da tabela 1 em (1), que são parâmetros que foram obtidos a partir de trabalhos encontrados na literatura, é obtida a função de transferência em malha aberta do servomotor:

$$P(s) = \frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{0.06677}{0.005408s^2 + 0.3951s} \quad (2)$$

Com (2), é possível agora obter os parâmetros do motor para encontrarmos o Lugar Geométrico das Raízes da função, e com isso, analisar sua estabilidade e dinâmica, visando o desenvolvimento de um controlador. Com a função de transferência (2) em malha fechada, encontrou-se os parâmetros de frequência natural e coeficiente de amortecimento, que estão em (3). Como $\zeta > 1$, estamos diante de um sistema superamortecido.

$$\omega_n = 3.513 \quad e \quad \zeta = 10.393 \quad (3)$$

Análise com a Adição do Controlador PD.

O projeto do controlador, por meio do método do Lugar Geométrico das Raízes (LGR) baseia-se na especificação da dinâmica do sistema através do posicionamento de um par de polos complexos conjugados que determinarão a resposta em malha fechada. Os parâmetros do controlador deverão ser tais que assegurem que o LGR passe pelos polos especificados. Pelo critério do ângulo e o critério do módulo, é possível obter a função de transferência do controlador PD a ser utilizado.

Tabela 1: Parâmetros do servomotor.

Parâmetro	Variável	Valor
Coef. de Viscosidade Equivalente	B_{eq}	$0.015 \text{ N} \cdot \text{m}/(\text{rad}/\text{s})$
Momento de Inércia Equivalente	J_{eq}	$2.08 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Razão dos Raios das Engrenagens	K_g	14
Eficiências das Engrenagens	η_g	0.9
Constante de Torque do Motor	K_m	$7.68 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}$
Eficiência do Torque	η_m	0.69
Resistência no Motor	R_m	2.6Ω
Const. de contra-força-eletrom.	K_{ce}	$7.68 \cdot 10^{-3} \text{ V}/(\text{rad}/\text{s})$

Para a implementação do controlador PD, utilizou-se os valores de *overshoot* (M_o) e tempo de assentamento (T_s), dados em (4).

$$M_o = 5\% \quad e \quad T_s = 1s \quad (4)$$

A equação do controlador, $C(s)$, é dada em (5).

$$C(s) = 10.4121 (s + 30.613) \quad (5)$$

Multiplicando a equação (2) pela equação (5), encontrou-se a função de transferência com a presença do controlador em (6), que é representado pelo diagrama de blocos (figura 3), em malha fechada.

$$C(s) \cdot P(s) = \frac{0.7 (s + 30.613)}{0.005408s^2 + 0.3951s} \quad (6)$$

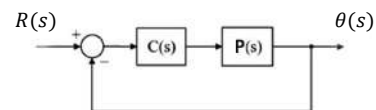


Figura 3 – Diagrama de blocos em malha fechada com a presença do controlador PD.

Resultados e discussão

Para a análise da dinâmica apresentada pelo servomotor, foi aplicado um degrau unitário na função de transferência, inicialmente sem a presença do controlador. Em seguida, aplicou-se o mesmo sinal, mas com o servomotor sendo controlado, através do comando *step*, do software *MATLAB*. Considerando uma excitação constante, que no caso foi o degrau unitário, os resultados encontrados foram satisfatórios e podem ser observados nos gráficos plotados nas figuras 4 e 5, que representam a função de transferência em malha fechada sem o controlador e a função de transferência com a adição do controlador, respectivamente. Observa-se que a resposta tende a um valor limite, sendo portanto estável.

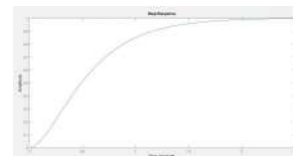


Figura 4 – Resposta em Malha Fechada sem Controlador.

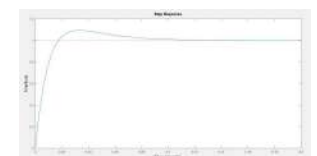


Figura 5 – Resposta em Malha Fechada com Controlador.

Conclusão

Neste trabalho, a obtenção da função de transferência de um servomotor é apresentada. A análise de estabilidade e desempenho do controle do servo é investigada e com ela são estabelecidas parâmetros iniciais de estabilidade e dinâmica do sistema. Os resultados mostram que a dinâmica esperada com o controlador PD foi atendida. Com a proposta do controlador, o sistema que antes era superamortecido, tornou-se subamortecido, com um *overshoot* de 5% e um Tempo de assentamento de 1s, melhorando de maneira satisfatória a dinâmica. Conclui-se que o controle proposto no trabalho pode beneficiar o comportamento dinâmico de sistemas utilizados na engenharia de controle.

Agradecimento

Agradeço à UFPI pelo apoio, assim como aos colegas do Grupo de Automação e Sistemas Inteligentes (GRASI) da Universidade Federal do Piauí.

Referências

- Control Tutorials for MATLAB & SIMULINK, DC Motor Speed: System Modeling. Michigan: Regents of the University of Michigan, 2005.
J. Apkarian, M. Lewis, H. Gurocak, Student Workbook SRV02. Markham: Quanser Inc., 2011.DATTA, Nabanita et al. Free transverse vibration of ocean tower. *Ocean Engineering*, v. 107, p. 271-282, 2015.
NISE, Norman S.; DA SILVA, Fernando Ribeiro. *Engenharia de sistemas de controle*. LTC, 2002.
OGATA, Katsuhiko; SEVERO, Bernardo. *Engenharia de controle moderno*. Prentice Hall do Brasil, 1998.
S. K. Choudhary; Fractional Order Feedback Control of a Ball and Beam System. *World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Electrical and Computer Engineering*, Vol:8, No:7, 2014.